

Marius Perianu
Dana Heuberger
Ștefan Smărăndoiu
Cătălin Stănică
Ioan Balica



Matematică

Clasa a VII-a



Cuprins

UNITATEA 1

Mulțimea numerelor reale

1.1, 2.1, 3.1, 4.1, 5.1, 6.1

UNITATEA 2

Ecuatii și sisteme de ecuații liniare

1.2, 2.2, 3.2, 4.2, 5.2, 6.2

UNITATEA 3

Elemente de organizare a datelor

1.3, 2.3, 3.3, 4.3, 5.3, 6.3

UNITATEA 4

Patrulaterul

1.4, 2.4, 3.4, 4.4, 5.4, 6.4

UNITATEA 5

Cercul

1.5, 2.5, 3.5, 4.5, 5.5, 6.5

UNITATEA 6

Asemănarea triunghiurilor

1.6, 2.6, 3.6, 4.6, 5.6, 6.6

UNITATEA 7

Relații metrice în triunghiul dreptunghic

1.7, 2.7, 3.7, 4.7, 5.7, 6.7

Soluții

Nr. pag. Lecții

10	L1: Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional pozitiv
16	L2: Mulțimea numerelor reale
24	L3: Reguli de calcul cu radicali
30	L4: Adunarea și scăderea numerelor reale
35	L5: Înmulțirea și împărțirea numerelor reale
40	L6: Puterea cu exponent întreg a unui număr real. Ordinea efectuării operațiilor cu numere reale
45	L7: Raționalizarea numitorului unei fracții
49	L8: Media aritmetică ponderată a două sau mai multe numere reale. Media geometrică a două numere reale pozitive
53	L9: Ecuația de forma $x^2 = a$, unde $a \in \mathbb{R}$
55	Recapitulare și evaluare
58	L1: Transformarea unei egalități într-o egalitate echivalentă. Identități
62	L2: Ecuații de forma $ax + b = 0$, unde $a, b \in \mathbb{R}$. Mulțimea soluțiilor unei ecuații. Ecuații echivalente
68	L3: Sisteme de două ecuații liniare cu două necunoscute
74	L4: Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau al sistemelor de ecuații liniare
79	Recapitulare și evaluare
82	L1: Produsul cartezian a două mulțimi nevide. Sistem de axe ortogonale în plan. Reprezentarea într-un sistem de axe ortogonale a unor perechi de numere reale. Reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale. Distanța dintre două puncte în plan
88	L2: Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice. Poligonul frecvențelor
95	Recapitulare și evaluare
98	L1: Patrulaterul convex. Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex
102	L2: Paralelogramul. Proprietăți
107	L3: Aplicații ale paralelogramului în geometria triunghiului. Linia mijlocie în triunghi, centrul de greutate al unui triunghi
111	L4: Dreptunghiul. Proprietăți
115	L5: Rombul. Proprietăți
120	L6: Pătratul. Proprietăți
125	L7: Trapezul: clasificare, proprietăți. Linia mijlocie în trapez
131	L8: Perimetre și arii
138	Recapitulare și evaluare
142	L1: Cercul. Coarde și arce în cerc. Proprietăți
147	L2: Unghi înscris în cerc
151	L3: Tangente la cerc
155	L4: Poligoane regulate înscrise într-un cerc
158	L5: Lungimea cercului și aria discului
162	Recapitulare și evaluare
166	L1: Segmente proporționale. Teorema paralelelor echidistante
170	L2: Teorema lui Thales
175	L3: Triunghiuri asemenea. Teorema fundamentală a asemănării
179	L4: Criterii de asemănare a triunghiurilor. Aproximarea în practică a distanțelor folosind asemănarea
184	Recapitulare și evaluare
188	L1: Proiecții ortogonale pe o dreaptă. Teorema înălțimii
192	L2: Teorema catetei
195	L3: Teorema lui Pitagora
201	L4: Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic
208	L5: Rezolvarea triunghiului dreptunghic. Calculul elementelor în poligoane regulate. Aproximarea în practică a distanțelor folosind relații metrice
214	Recapitulare și evaluare
216	

Competențe generale și specifice

Competențe generale

1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar
2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale
3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată
5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date
6. Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

Competențe specifice

- 1.1. Identificarea numerelor aparținând diferitelor submulțimi ale lui $\mathbb{R}$
- 1.2. Identificarea unei situații date rezolvabile prin ecuații sau sisteme de ecuații liniare
- 1.3. Identificarea unor informații din tabele, grafice și diagrame
- 1.4. Identificarea patrulaterelor particulare în configurații geometrice date
- 1.5. Identificarea elementelor cercului și/sau poligoanelor regulate în configurații geometrice date
- 1.6. Identificarea triunghiurilor asemenea în configurații geometrice date
- 1.7. Recunoașterea elementelor unui triunghi dreptunghic într-o configurație geometrică dată
- 2.1. Aplicarea regulilor de calcul pentru estimarea și aproximarea numerelor reale
- 2.2. Utilizarea regulilor de calcul cu numere reale pentru verificarea soluțiilor unor ecuații sau sisteme de ecuații liniare
- 2.3. Prelucrarea unor date sub formă de tabele, grafice sau diagrame în vederea înregistrării, reprezentării și prezentării acestora
- 2.4. Descrierea patrulaterelor utilizând definiții și proprietăți ale acestora, în configurații geometrice date
- 2.5. Descrierea proprietăților cercului și ale poligoanelor regulate înscrise într-un cerc
- 2.6. Stabilirea relației de asemănare între triunghiuri
- 2.7. Aplicarea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic pentru determinarea unor elemente ale acestuia
- 3.1. Utilizarea unor algoritmi și a proprietăților operațiilor în efectuarea unor calcule cu numere reale
- 3.2. Utilizarea transformărilor echivalente în rezolvarea unor ecuații și sisteme de ecuații liniare
- 3.3. Alegerea metodei adecvate de reprezentare a problemelor în care intervin dependențe funcționale și reprezentări ale acestora
- 3.4. Utilizarea proprietăților patrulaterelor în rezolvarea unor probleme
- 3.5. Utilizarea proprietăților cercului în rezolvarea de probleme
- 3.6. Utilizarea asemănării triunghiurilor în configurații geometrice date pentru determinarea de lungimi, măsuri și arii
- 3.7. Deducerea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic
- 4.1. Folosirea terminologiei aferente noțiunii de număr real (semn, modul, opus, invers)
- 4.2. Redactarea rezolvării ecuațiilor și sistemelor de ecuații liniare
- 4.3. Descrierea în limbajul specific matematicii a unor elemente de organizare a datelor
- 4.4. Exprimarea în limbaj geometric a noțiunilor legate de patrulatere
- 4.5. Exprimarea proprietăților cercului și ale poligoanelor în limbaj matematic
- 4.6. Exprimarea în limbaj matematic a proprietăților unor figuri geometrice folosind asemănarea
- 4.7. Exprimarea în limbaj matematic a relațiilor dintre elementele unui triunghi dreptunghic
- 5.1. Elaborarea de strategii pentru rezolvarea unor probleme cu numere reale
- 5.2. Stabilirea unor metode de rezolvare a ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații liniare
- 5.3. Analizarea unor situații practice prin elemente de organizare a datelor
- 5.4. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării calculării unor lungimi de segmente, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii
- 5.5. Interpretarea unor proprietăți ale cercului și ale poligoanelor regulate folosind reprezentări geometrice
- 5.6. Interpretarea asemănării triunghiurilor în configurații geometrice
- 5.7. Interpretarea unor relații metrice între elementele unui triunghi dreptunghic
- 6.1. Modelarea matematică a unor situații practice care implică operații cu numere reale
- 6.2. Transpunerea matematică a unor situații date, utilizând ecuații și/sau sisteme de ecuații liniare
- 6.3. Transpunerea unei situații date într-o reprezentare adecvată (text, formulă, diagramă, grafic)
- 6.4. Modelarea unor situații date prin reprezentări geometrice cu patrulatere
- 6.5. Modelarea matematică a unor situații practice în care intervin poligoane regulate sau cercuri
- 6.6. Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând asemănarea triunghiurilor
- 6.7. Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând relații metrice în triunghiul dreptunghic

U1

Mulțimea numerelor reale

Lecția 1

Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural.
Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional pozitiv

Lecția 2

Mulțimea numerelor reale

Lecția 3

Reguli de calcul cu radicali

Lecția 4

Adunarea și scăderea numerelor reale

Lecția 5

Înmulțirea și împărțirea numerelor reale

Lecția 6

Puterea cu exponent întreg a unui număr real.
Ordinea efectuării operațiilor cu numere reale

Lecția 7

Raționalizarea numitorului unei fracții

Lecția 8

Media aritmetică ponderată a două sau mai multe numere reale.
Media geometrică a două numere reale pozitive

Lecția 9

Ecuația de forma $x^2 = a$, unde $a \in \mathbb{R}$

Recapitulare și evaluare

Majoritatea numerelor pe care le utilizăm cotidian sunt numere reale. Printre acestea se află: numărul banilor pe care îi avem în portofel, statisticile pe care le vedem la emisiunile sportive, măsurile din cărțile de bucate. Apelăm la numere reale pentru a indica viteza vântului, cantitățile de precipitații, distanțele, dar și volumul de benzină din rezervor și pulsul cardiac.



Lecția 1: Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional pozitiv

Cuvinte cheie

pătrat perfect

rădăcină pătrată

radical

Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural

Mate practică

Terenul din imagine are forma unui pătrat, iar aria sa este egală cu $6\,400\text{ m}^2$.

Ce lungime are latura terenului?

Aria unui pătrat este egală cu pătratul lungimii laturii pătratului.

Notând cu l lungimea laturii terenului, exprimată în metri, aria terenului este l^2 metri pătrați.

Așadar, $l^2 = 6\,400$. Cum $80^2 = 6\,400$, obținem $l = 80\text{ m}$.



Ce observăm?

În anumite situații practice, este necesar să determinăm un număr natural n cunoscând cât este pătratul său n^2 . Această operație se numește *extragerea rădăcinii pătrate* a numărului n^2 .

Un număr natural care este pătratul unui alt număr natural se numește pătrat perfect.

De reținut

Fie a un număr natural pătrat perfect. Se numește *rădăcina pătrată* a sa numărul natural n astfel încât $n^2 = a$.

Numărul n se notează $\sqrt{a}$ și se citește *radical din a* . Astfel, se poate scrie:

$$\sqrt{a} = n \text{ dacă și numai dacă } n^2 = a.$$

Exemple

1. $\sqrt{0} = 0$, deoarece $0^2 = 0$;

3. $\sqrt{121} = 11$, deoarece $11^2 = 121$;

5. $\sqrt{1024} = 32$, deoarece $32^2 = 1\,024$;

2. $\sqrt{25} = 5$, deoarece $5^2 = 25$;

4. $\sqrt{729} = 27$, deoarece $27^2 = 729$;

6. $\sqrt{7225} = 85$, deoarece $85^2 = 7\,225$.

Observație

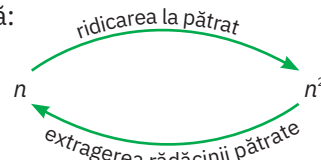
Legătura dintre operația de ridicare la pătrat și operația de extragere a rădăcinii pătrate

Din definiția rădăcinii pătrate a unui număr natural pătrat perfect rezultă imediat că:

1. $\sqrt{n^2} = n$, pentru orice număr natural n ;

2. $(\sqrt{a})^2 = a$, pentru orice număr natural pătrat perfect a .

Cu alte cuvinte, operațiile de ridicare la pătrat și de extragere a rădăcinii pătrate sunt operații inverse una celeilalte.



Exemple

1. $\sqrt{7^2} = 7$, deoarece $\sqrt{7^2} = \sqrt{49} = 7$;

2. $(\sqrt{16})^2 = 16$, deoarece $(\sqrt{16})^2 = 4^2 = 16$;

3. $\sqrt{5^2} = 5$, deoarece $\sqrt{5^2} = \sqrt{25} = 5$;

4. $(\sqrt{81})^2 = 81$, deoarece $(\sqrt{81})^2 = 9^2 = 81$.

Rădăcina pătrată a pătratului unui număr rațional pozitiv

În paragraful anterior, am văzut că dacă un număr natural a se poate scrie ca pătratul unui alt număr natural n , atunci a se numește pătrat perfect, iar n se numește rădăcina pătrată (sau radicalul) lui a .

Vom extinde această definiție și pentru pătratele unor numere raționale pozitive.

Activitate pe grupe

1. Lucrând în echipe de câte 2 elevi, copiați și completați tabelul:

x	0,7	1,2	1,3	1,4	1,5	4,5	$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{9}{13}$	$\frac{11}{101}$
x^2	0,49					20,25		$\frac{49}{25}$		

2. Transcrieți pe caiete tabelul de mai jos, verificați corectitudinea datelor și determinați, prin încercări, valorile numerelor raționale pozitive x care trebuie scrise în cea de a doua linie a tabelului astfel încât să existe corespondența indicată între x^2 și x :

x^2	0,01	1,69	1,96	2,25	8,41	30,25	$\frac{4}{9}$	$\frac{49}{25}$	$\frac{169}{81}$	$\frac{256}{625}$
x	0,1				2,9		$\frac{2}{3}$			

3. Comparați, între echipe, rezultatele obținute, atât pentru primul, cât și pentru al doilea tabel, și analizați legăturile ce există între datele din cele două tabele.

De reținut



Fie a un număr rațional pozitiv care se poate scrie ca pătratul unui număr rațional.

Numărul rațional pozitiv x cu proprietatea $x^2 = a$ se numește *rădăcina pătrată* a numărului rațional a .

Ca mai înainte, x se notează $\sqrt{a}$ și se citește *radical din a* . Astfel, dacă numărul rațional $a > 0$ este pătratul unui număr rațional, se poate scrie:

$$\sqrt{a} = x \text{ dacă și numai dacă } x^2 = a \text{ și } x > 0.$$

Întrucât $\sqrt{0} = 0$, relația anterioară se scrie mai general, pentru $a \geq 0$, sub forma:

$$\sqrt{a} = x \text{ dacă și numai dacă } x^2 = a \text{ și } x \geq 0.$$

Exemple

1. $\sqrt{0,04} = 0,2$, deoarece $(0,2)^2 = 0,04$;

2. $\sqrt{11,56} = 3,4$, deoarece $3,4^2 = 11,56$;

3. $\sqrt{\frac{9}{49}} = \frac{3}{7}$, deoarece $\left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$;

4. $\sqrt{\frac{121}{729}} = \frac{11}{27}$, deoarece $\left(\frac{11}{27}\right)^2 = \frac{121}{729}$.

Observații

1. Dacă numărul rațional $a > 0$ este pătratul unui număr rațional x , atunci $a = x^2 = (-x)^2$.

Exemple: a. $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2$;

b. $5,76 = (2,4)^2 = (-2,4)^2$.

Definiția de mai sus arată că rădăcina pătrată a lui a este un număr pozitiv. Ca urmare:

a. $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ și $\sqrt{\frac{1}{4}} \neq -\frac{1}{2}$;

b. $\sqrt{5,76} = 2,4$ și $\sqrt{5,76} \neq -2,4$.

2. Legătura dintre operația de ridicare la pătrat și extragerea rădăcinii pătrate se păstrează și în cazul numerelor raționale, cu respectarea condiției de pozitivitate de mai sus. Deoarece modulul unui număr rațional este nenegativ și $|-x| = |x|$, pentru orice număr rațional x , din definiția rădăcinii pătrate rezultă că:

a. $(\sqrt{a})^2 = a$, pentru orice număr rațional $a \geq 0$ care este pătratul unui număr rațional;

b. $\sqrt{x^2} = |x|$, pentru orice număr rațional x .



Rădăcina pătrată a unui număr rațional pozitiv



Mate practică

- Pentru realizarea unui model de avion precum cel din imaginea alăturată, sunt necesare patru piese identice din placaj, sub forma unor triunghiuri dreptunghice isoscele cu catetele având lungimea de 1 dm.



Piese se pot obține în două moduri:

1. Desenăm pe foaia de placaj un dreptunghi cu dimensiunile de 1 dm și 2 dm, îl împărțim în două pătrate de latură 1 dm, apoi facem două tăieturi pe diagonalele acestor pătrate, ca în Figura 1, obținând cele patru piese.

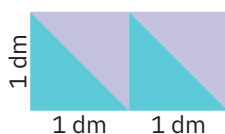


Figura 1

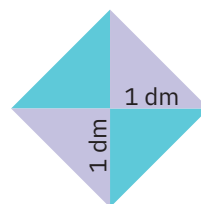


Figura 2

2. Observăm că piesele pot fi aranjate astfel încât să formeze un pătrat (Figura 2). Ne propunem să aflăm lungimea laturii acestui pătrat, pentru ca, decupându-l din altă bucată de placaj, să nu facem risipă de material.

Deoarece patruleterele din figurile 1 și 2 au aceeași arie, de 2 dm^2 , lungimea laturii pătratului este numărul pozitiv x , cu proprietatea că $x^2 = 2$. Cum nu există niciun număr rațional al cărui pătrat să fie egal cu 2, căutăm o aproximare a acestuia.

Deoarece $1^2 < 2 < 2^2$, deducem că x trebuie să fie cuprins între 1 și 2.

De fapt, pentru că $1,4^2 = 1,96$ și $1,5^2 = 2,25$, înseamnă că $1,4 < x < 1,5$. Mai precis, $1,41 < x < 1,42$, întrucât $1,41^2 = 1,9881 < 2$ și $1,42^2 = 2,0164 > 2$.

Ce observăm?

Situația practică descrisă mai sus demonstrează că există un număr pozitiv x , cu proprietatea $x^2 = 2$, a cărui valoare, chiar dacă nu poate fi indicată cu exactitate, poate fi aproximată la un număr întreg sau la o fracție zecimală finită cu una, două sau mai multe zecimale.

Asemănător, putem arăta că, pentru orice număr rațional pozitiv a , există un număr pozitiv x al cărui pătrat este a . Mai mult, se poate demonstra că x este unicul număr cu această proprietate.

Astfel, noțiunea de rădăcină pătrată se extinde la numere raționale pozitive oarecare.



De reținut



Rădăcina pătrată a unui număr rațional pozitiv a este un număr pozitiv x , cu proprietatea $x^2 = a$.

Ca mai înainte, notăm $x = \sqrt{a}$ și spunem că x este *radicalul* numărului a (sau *radical din* a).

De asemenea, sunt valabile relațiile:

- a. $\sqrt{a} = x$ dacă și numai dacă $x^2 = a$;
- b. $(\sqrt{a})^2 = a$, pentru orice număr rațional $a \geq 0$;
- c. $\sqrt{a^2} = |a|$, pentru orice număr rațional a .



Exemple

În problema practică de mai înainte, lungimea x a laturii pătratului verifică relația $x^2 = 2$, deci, conform definiției, $x = \sqrt{2}$.

În mod asemănător, alte probleme practice conduc la concluzia că există numerele pozitive $\sqrt{3}$, $\sqrt{3,14}$ sau $\sqrt{\frac{5}{12}}$.

Estimarea rădăcinii pătrate a unui număr rațional pozitiv

A *estima* o cantitate înseamnă a indica o valoare aproximativă a acesteia, fără a cunoaște toate datele necesare pentru a putea formula un răspuns exact. Pentru a putea utiliza în practică un număr de forma $\sqrt{a}$, unde a este număr rațional pozitiv, vom folosi aproximări ale sale la numere întregi sau la fracții zecimale finite, încadrând numărul rațional a între pătratele a două numere raționale.

Estimarea rădăcinii pătrate a unui număr rațional pozitiv prin încadrarea între pătrate de numere raționale

Să considerăm, de exemplu, numărul rațional 5,61. Încadrăm acest număr între două pătrate perfecte consecutive: $2^2 < 5,61 < 3^2$, de unde rezultă că $2 < \sqrt{5,61} < 3$.

Prin urmare, aproximarea lui $\sqrt{5,61}$ la ordinul unităților este egală cu 2, dacă aproximarea se face prin lipsă, respectiv cu 3, dacă aproximarea se face prin adaos.

Pentru a determina aproximările lui $\sqrt{5,61}$ la ordinul zecimilor și al sutimilor, vom proceda astfel:

Pasul 1: Calculăm pătratele numerelor de forma $2, \overline{a}$, unde $a \in \{1, 2, \dots, 9\}$.

Obținem $2,3^2 < 5,61 < 2,4^2$, deci $\sqrt{5,61} \approx 2,3\dots$

Pasul 2: Calculăm pătratele numerelor de forma $2,3\overline{a}$, unde $a \in \{1, 2, \dots, 9\}$.

Obținem $2,36^2 < 5,61 < 2,37^2$, de unde rezultă $\sqrt{5,61} \approx 2,36\dots$

Continuând în acest fel se pot obține aproximări cu oricâte zecimale.

Utilizarea minicalculatorului pentru aflarea valorii aproximative a rădăcinii pătrate

Folosind minicalculatorul (sau aplicații mobile sau tablete), rădăcina pătrată a unui număr rațional pozitiv se află introducând în calculator numărul respectiv, în formă zecimală, și apăsând apoi tasta pe care este marcat semnul *radical*.

De exemplu, valoarea aproximativă a lui $\sqrt{2}$ se află apăsând, în ordine, tastele:



Dacă numărul rațional este dat sub forma unei fracții ordinare, atunci folosim tasta de împărțire pentru a aduce numărul la forma zecimală, apoi apăsăm tasta radical.

Portofoliu

Consultați manualul digital pentru a studia:

- metoda babiloniană pentru determinarea valorii aproximative a rădăcinii pătrate a unui număr rațional pozitiv;
- algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional pozitiv exprimat printr-o fracție zecimală finită. Folosind algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate, calculați, cu două zecimale exacte, radicalul dintr-un număr natural care nu este pătrat perfect.

Observație

Tabel cu valorile radicalilor numerelor naturale cuprinse între 1 și 25

$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{6} = 2,4494\dots$	$\sqrt{11} = 3,3166\dots$	$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{21} = 4,5825\dots$
$\sqrt{2} = 1,4142\dots$	$\sqrt{7} = 2,6457\dots$	$\sqrt{12} = 3,4641\dots$	$\sqrt{17} = 4,1231\dots$	$\sqrt{22} = 4,6904\dots$
$\sqrt{3} = 1,7320\dots$	$\sqrt{8} = 2,8284\dots$	$\sqrt{13} = 3,6055\dots$	$\sqrt{18} = 4,2426\dots$	$\sqrt{23} = 4,7958\dots$
$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{14} = 3,7416\dots$	$\sqrt{19} = 4,3588\dots$	$\sqrt{24} = 4,8989\dots$
$\sqrt{5} = 2,2360\dots$	$\sqrt{10} = 3,1622\dots$	$\sqrt{15} = 3,8729\dots$	$\sqrt{20} = 4,4721\dots$	$\sqrt{25} = 5$





Investigație

Pe tablă sunt scrise numerele $a = 7,84$ și $b = 1,44$. Efectuați următoarele sarcini de lucru și verificați validitatea răspunsurilor voastre prin discuții cu colegii, și apoi cu profesorul. Scrieți în portofoliul personal concluziile corecte.

1. Calculați cu două zecimale exacte următoarele numere, eventual folosind calculatorul de buzunar:

$$\sqrt{a+b}, \sqrt{a} + \sqrt{b}, \sqrt{a-b}, \sqrt{a} - \sqrt{b}, \sqrt{a \cdot b}, \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, \sqrt{\frac{a}{b}} \text{ și } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}.$$

2. Decideți care dintre numerele $\sqrt{a+b}$ și $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ este mai mare. Faceți același lucru pentru $\sqrt{a-b}$ și $\sqrt{a} - \sqrt{b}$, pentru $\sqrt{a \cdot b}$ și $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, și apoi pentru $\sqrt{\frac{a}{b}}$ și $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

3. Repetați cerințele de la sarcinile de lucru 1 și 2, dacă $a = \frac{225}{256}$ și $b = \frac{4}{25}$.

Exerciții și probleme rezolvate. Idei, metode, tehnici aplicative



1. Arătați că numărul a este pătrat perfect, apoi calculați $\sqrt{a}$:

a. $a = 25 \cdot 13 + 25 \cdot 20 - 25 \cdot 17$; b. $a = 12 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 24)$; c. $a = 14^{60}$; d. $a = 3^{24} \cdot 7^{12}$.

Rezolvare:

a. $a = 25 \cdot 13 + 25 \cdot 20 - 25 \cdot 17 = 25 \cdot (13 + 20 - 17) = 25 \cdot 16 = 5^2 \cdot 4^2 = (5 \cdot 4)^2 = 20^2$, deci a este pătrat perfect.

Obținem apoi $\sqrt{a} = \sqrt{20^2} = 20$.

b. $a = 12 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 24) = 12 \cdot \frac{24 \cdot 25}{2} = 12 \cdot \frac{24}{2} \cdot 25 = 12 \cdot 12 \cdot 25 = 12^2 \cdot 5^2 = (12 \cdot 5)^2 = 60^2$, deci a este pătrat perfect.

Obținem apoi $\sqrt{a} = \sqrt{60^2} = 60$.

c. $a = 14^{60} = 14^{30 \cdot 2} = (14^{30})^2$, deci a este pătrat perfect. Obținem apoi $\sqrt{a} = \sqrt{(14^{30})^2} = 14^{30}$.

d. $a = 3^{24} \cdot 7^{12} = (3^{12})^2 \cdot (7^6)^2 = (3^{12} \cdot 7^6)^2$, deci a este pătrat perfect. Obținem apoi $\sqrt{a} = \sqrt{(3^{12} \cdot 7^6)^2} = 3^{12} \cdot 7^6$.

2. Calculați:

a. $\sqrt{16} \cdot \sqrt{9} + \sqrt{100} : \sqrt{25} + \sqrt{25 \cdot 81}$; b. $\sqrt{4^2 \cdot 15 + 4^2 \cdot 5^2 - 4^3}$.

Rezolvare:

- a. Calculăm mai întâi radicalii, apoi respectăm ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale:

$$\sqrt{16} \cdot \sqrt{9} + \sqrt{100} : \sqrt{25} + \sqrt{25 \cdot 81} = 4 \cdot 3 + 10 : 5 + \sqrt{25 \cdot 9} = 12 + 2 + \sqrt{5^2 \cdot 3^2} = 14 + \sqrt{15^2} = 14 + 15 = 29.$$

b. $\sqrt{4^2 \cdot 15 + 4^2 \cdot 5^2 - 4^3} = \sqrt{4^2 \cdot (15 + 5^2 - 4)} = \sqrt{4^2 \cdot 36} = \sqrt{4^2 \cdot 6^2} = \sqrt{24^2} = 24$.

Probleme propuse



1. Precizați care dintre numerele următoare este pătrat perfect:

a. 9; b. 24; c. 63; d. 81; e. 196; f. 144; g. 336; h. 400; i. 625.

2. Scrieți pătratele perfecte cuprinse între 10 și 150.

3. Copiați în caiet, apoi completați tabelul următor:

x	3	7	9		15		23		
x^2		49		100		400		625	900

4. Stabiliți dacă următoarele egalități sunt adevărate sau false:

a. $\sqrt{4} = 2$; b. $\sqrt{5} = 25$; c. $\sqrt{225} = 15$; d. $\sqrt{100} = 50$; e. $\sqrt{64} = 4$; f. $\sqrt{144} = 12$.

5. Calculați:

a. $\sqrt{25}$; b. $\sqrt{81}$; c. $\sqrt{1}$; d. $\sqrt{400}$; e. $\sqrt{576}$; f. $\sqrt{900}$.

6. Calculați:

a. $\sqrt{4} + \sqrt{36}$; b. $\sqrt{49} - \sqrt{9}$; c. $\sqrt{1} + \sqrt{0} + \sqrt{16}$; d. $\sqrt{100} \cdot \sqrt{9} - \sqrt{25} : 5$.